



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Județeană și a Municipiului București, 10 martie 2018

CLASA a 7-a

Varianta 2

Problema 1. Arătați că pentru orice număr natural nenul n , numărul $\sqrt{n + [\sqrt{n} + \frac{1}{2}]}$ este irațional.

(Am notat cu $[a]$ partea întreagă a numărului real a .)

Gazeta Matematică

Problema 2. Determinați perechile de numere întregi (a, b) cu proprietatea că $a^2 + 2b^2 + 2a + 1$ este divizor al lui $2ab$.

Problema 3. Fie dreptunghiul $ABCD$ și punctele arbitrare $E \in (CD)$ și $F \in (AD)$. Perpendiculara din punctul E pe dreapta FB intersectează dreapta BC în punctul P și perpendiculara din punctul F pe dreapta EB intersectează dreapta AB în punctul Q . Să se arate că punctele P, D și Q sunt coliniare.

Problema 4. Fie triunghiul ABC cu $m(\widehat{A}) = 80^\circ$ și $m(\widehat{C}) = 30^\circ$. Considerăm punctul M interior triunghiului ABC astfel încât $m(\widehat{MAC}) = 60^\circ$ și $m(\widehat{MCA}) = 20^\circ$. Dacă N este intersecția dreptelor BM și AC să se arate că (MN) este bisectoarea unghiului \widehat{AMC} .

Timp de lucru 4 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.